

0017-9310(94)00367-X

Effets de l'injection de gouttes sur une onde de choc stationnaire dans une tuyère

F. UTHEZA, E. DANIEL, R. SAUREL et J. C. LORAUD

I.U.S.T.I./S.E.T.T., Equipe Ecoulements Diphasiques et Réactifs Case 321, URA CNRS 1168,
Université de Provence, Centre de Saint Jérôme, 13397 Marseille Cedex 20, France*(Reçu 14 mars 1994 et sous forme finale 28 novembre 1994)*

Résumé—Une simulation numérique de l'écoulement de gaz dans une tuyère convergente-divergente, lorsque des gouttes sont injectées dans une section du divergent, est présentée. Les équations bidimensionnelles sont résolues par un schéma TVD où les flux sont calculés en utilisant la résolution des problèmes de Riemann pour les équations des phases dispersée et gazeuse. Le comportement de l'onde de choc initiale dépend de la position de l'injection des particules.

1. INTRODUCTION

Plusieurs travaux ont été consacrés au cours de ces dernières années aux problèmes relatifs aux ondes de choc dans les milieux hétérogènes et en particulier dans les milieux diphasiques. Ces études témoignent notamment de l'intérêt que leur portent les différents milieux de l'industrie et de la recherche concernés. En effet ce type de problème apparaît aussi bien lors de l'analyse et de l'optimisation des systèmes propulsifs que lors d'études de sécurité (explosions dans les silos de farine, coup de grisou...) ou encore, lors de l'utilisation de la vélocimétrie Laser Doppler pour des mesures en écoulement monophasique [1]. On a pu ainsi noter lors du tout récent 19^{ème} Symposium International sur les ondes de choc (Marseille 26–30 juillet 1993), un intérêt soutenu pour ce domaine de recherche, lors de communications [2–6] allant d'études sur l'atténuation d'une onde de choc au travers d'un milieu diphasique "gaz-poussières", à des travaux sur les atomiseurs à "air soufflé" (airblast atomizers) qui trouvent des applications pratiques dans les dispositifs de peinture par pulvérisation.

La complexité et le coût d'investigations expérimentales dans ces domaines expliquent, par ailleurs, le nombre croissant des simulations numériques réalisées pour les écoulements diphasiques gaz-particules, en dépit des difficultés importantes qu'elles comportent.

Dans un travail récent [7] les auteurs ont étudié, à l'aide d'un modèle à deux fluides et par une méthode aux différences finies, l'influence de l'injection de gouttes d'eau en tuyère, dans le cas d'un écoulement unidimensionnel. Une attention particulière a été portée

alors aux conditions de maintien d'un col sonique pour diverses conditions initiales.

Outre les limitations des conclusions dues au caractère unidimensionnel du problème, l'injection de gouttes entre le col et l'onde de choc initiale n'a pas été envisagée. Or, il s'avère [1–6] que le problème d'interaction écoulement diphasique/onde de choc, en particulier, est d'actualité.

Le présent travail a pour but de préciser les effets dus à l'injection de gouttes d'eau en amont ou en aval d'une onde de choc stationnaire dans une tuyère sur la position et l'évolution de cette onde (Fig. 1). Pour cette étude, bidimensionnelle, une méthode aux volumes finis a été développée [8] et [9].

Cette méthode fait intervenir la résolution de problèmes de Riemann aux frontières des mailles, aussi bien pour la phase gazeuse que pour la phase dispersée, et fournit une précision du second ordre.

2. POSITION DU PROBLEME

Dans le cadre de l'étude bidimensionnelle plane d'un écoulement monophasique de gaz dans une tuyère convergente divergente, on se propose de déterminer l'influence de l'injection de gouttes en amont ou en aval d'une onde de choc présente initialement dans le divergent. On analysera notamment l'évolution de la position et de la structure de l'onde de choc en fonction des conditions de l'injection au cours de l'établissement du régime stationnaire.

(1) Pour $t < 0$, avant l'injection de la phase dispersée, il ne s'écoule dans la tuyère que de la vapeur d'eau provenant d'un grand réservoir. Dans tous les

NOMENCLATURE

C_{vs}	chaleur spécifique à volume constant de la phase dispersée [$J kg^{-1} K^{-1}$]	W	solution du Problème de Riemann exact
e	énergie totale [$J kg^{-1} m^{-3}$]	x, y	coordonnées spatiales.
f_d	coefficient de traînée	Symboles grecs	
$F_{dx,y}$	force de frottement par unité de volume agissant sur les gouttes suivant x, y [$N m^{-3}$]	α	fraction volumique
F_1	vecteur des flux conservatifs suivant x	δT_j	contour de l'élément T_j
F_2	vecteur des flux conservatifs suivant y	$\delta T_j \cap \delta T_{jk}$	interface entre l'élément T_j et l'élément T_{jk}
h	coefficient de convection autour d'une goutte [$W m^{-2} K^{-1}$]	d_j^n	pente des grandeurs conservatives suivant x à l'instant n pour l'élément T_j
L_v	chaleur latente de vaporisation [$J kg^{-1}$]	d_j^n	pente des grandeurs conservatives suivant y à l'instant n pour l'élément T_j
\bar{n}	normale unitaire sortante de T_j pour le segment $\delta T_j \cap \delta T_{jk}$	Δt	pas de temps [s]
n_1, n_2	composantes du vecteur \bar{n}	Γ	transfert de masse [$kg m^{-3} s^{-1}$]
N	nombre de particules par unité de volume [m^{-3}]	ΓEC	transfert d'énergie cinétique dû au transfert de masse [$kg m^{-1} s^{-3}$]
Nu	nombre de Nusselt	ΓV	transfert de quantité de mouvement dû au transfert de masse [$kg m^{-2} s^{-2}$]
P_g	pression du gaz [Pa]	μ	viscosité dynamique [$kg m^{-1} s^{-1}$]
Q	transfert de chaleur convectif [$W m^{-3}$]	ρ	masse volumique [$kg m^{-3}$]
R	constante des gaz [$J kg^{-1} K^{-1}$]	λ_g	conductivité thermique de la vapeur [$W m^{-1} K^{-1}$]
Re	nombre de Reynolds	ω_j	centre de gravité de l'élément T_j .
R_p	rayon des gouttes [m]	Indices	
S_j	surface de l'élément T_j [m^2]	inj	relatif à section d'injection
t	temps [s]	s	phase dispersée
$T_{g,s}$	température de la vapeur, de la phase dispersée [K]	g	phase gazeuse
T_j	élément ou cellule j	r	état droit
U	vecteur des grandeurs conservatives	l	état gauche
$u_{g,s}$	vitesse de la vapeur, de la phase dispersée suivant x [$m s^{-1}$]	j	indice de repérage des éléments
$v_{g,s}$	vitesse de la vapeur, de la phase dispersée suivant y [$m s^{-1}$]	*	état solution du Problème de Riemann.

cas, les conditions de l'écoulement monophasique bidimensionnel initial sont telles qu'une onde de choc stationnaire est présente dans le divergent.

(2) A $t = 0$, on commence à injecter la phase dispersée à travers une section de la paroi du divergent qui peut être située en amont ou en aval de

la position initiale de l'onde de choc stationnaire.

Pour le calcul, l'écoulement est supposé bidimensionnel plan et pour les interactions "écoulement diphasique-paroi" la condition, la plus simple, de glissement a été retenue tant pour la phase gazeuse que

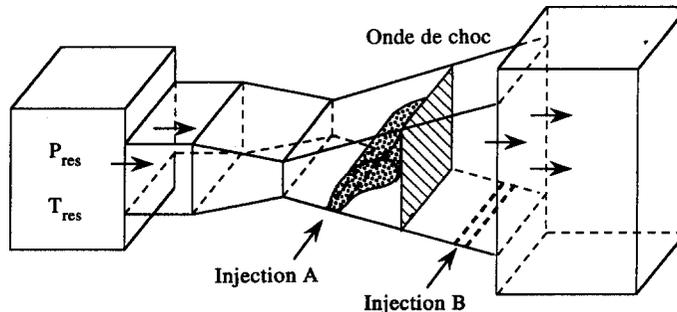


Fig. 1.

pour la phase dispersée (gouttes). Les gouttes sont supposées sphériques et monodispersées dans la section d'injection à la paroi, où elles sont animées de la même vitesse et ont la même température.

Dans toutes les zones de l'écoulement où la température de la vapeur est supérieure à la température de saturation, les gouttes se vaporisent. Dans le cas contraire, il peut y avoir condensation. Mais alors, on ne prend pas en compte la création de nouvelles gouttes par nucléation ; et ceci revient à admettre que la recondensation ne se fait qu'autour des sites déjà existants.

3. MODELE MATHEMATIQUE

Dans beaucoup de simulations numériques d'écoulements diphasiques gaz-particules proposées dans la littérature, le modèle dit "à deux fluides" a été retenu. Dans ce modèle les phases gazeuse et dispersée sont traitées comme des milieux continus distincts et les échanges de quantité de mouvement et d'énergie ont lieu à travers la surface des particules par l'intermédiaire de la viscosité et de la conductivité thermique.

3.1. Les équations

Les hypothèses simplificatrices retenues pour l'étude sont les suivantes :

- (1) L'écoulement est bidimensionnel et instationnaire.
- (2) La phase compressible est constituée exclusivement de vapeur et suit la loi des gaz parfaits ($P_g = \rho_g RT_g$).
- (3) Les effets de fluide réel ne sont pris en compte qu'aux interfaces liquide-vapeur.
- (4) Les gouttes sont sphériques et incompressibles ($\rho_s = \text{cste}$).
- (5) En un point donné les gouttes ont la même taille, la même vitesse, la même température. (On écarte donc la possibilité de croisement de "familles" de gouttes différentes [10].)
- (6) Les interactions goutte-goutte sont négligées.
- (7) Les effets dus à la gravité ne sont pas pris en compte.
- (8) On admet qu'il n'y a pas de création, ni de disparition de gouttes ; en particulier, tout processus de nucléation, de coalescence ou d'éclatement de gouttes est écarté.
- (9) Le volume occupé par les gouttes est faible (la contribution des particules à la pression du mélange est négligée [11]).

Les équations fondamentales pour le modèle à deux fluides s'écrivent alors [12-17] sous la forme conservative suivante :

$$U_t + F_x + F_y = H \quad (1)$$

avec U , vecteur des grandeurs conservatives, F : vecteurs de flux et H : vecteur des termes sources

$$U = \begin{bmatrix} \rho_g \\ \rho_g u_g \\ \rho_g v_g \\ \rho_g e_g \\ \rho_s \\ \rho_s u_s \\ \rho_s v_s \\ \rho_s e_s \\ N \end{bmatrix} \quad F_x = \begin{bmatrix} \rho_g u_g \\ \rho_g u_g^2 + P_g \\ \rho_g u_g v_g \\ u_g (\rho_g e_g + P_g) \\ \rho_s u_s \\ \rho_s u_s^2 \\ \rho_s u_s v_s \\ \rho_s u_s e_s \\ N u_s \end{bmatrix}$$

$$F_y = \begin{bmatrix} \rho_g v_g \\ \rho_g u_g v_g \\ \rho_g v_g^2 + P_g \\ v_g (\rho_g e_g + P_g) \\ \rho_s v_s \\ \rho_s u_s v_s \\ \rho_s v_s^2 \\ \rho_s v_s e_s \\ N v_s \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} [\Gamma] \\ [\Gamma V_x] - [F d_x] \\ [\Gamma V_y] - [F d_y] \\ [\Gamma EC] - [Q] - [F d_x] u_s - [F d_y] v_s \\ -[\Gamma] \\ -[\Gamma V_x] + [F d_x] \\ -[\Gamma V_y] + [F d_y] \\ -[\Gamma EC] + [Q] + [F d_x] u_s + [F d_y] v_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

Relations de fermeture : Equation d'état

Le gaz est supposé parfait, d'où $P = (\gamma - 1)\rho e$ avec $\gamma = 1.4$.

3.2. Remarques concernant le système d'équations

Si on suppose qu'il n'y a pas coalescence ni éclatement des particules alors il y a conservation du nombre de particules par unité de volume. Cette équation de conservation du nombre de particules par unité de volume est utile pour exprimer le diamètre des particules, celui-ci étant indispensable dans le calcul de tous les termes de couplage. Toutefois, lorsque le diamètre des particules est constant, l'emploi de cette équation n'est pas nécessaire.

De plus, si l'on omet les seconds membres on identifie alors aisément le système étudié aux équations bien connues d'Euler. Remarquons aussi que le système d'équations du gaz n'est couplé au système d'équations des particules que par les termes d'interaction entre phases. Les parties homogènes de ces systèmes étant découplées, ils peuvent donc être étudiés séparément.

Le processus de résolution peut donc être le suivant :

- (1) résolution du problème homogène pour le gaz ;

- (2) résolution du problème homogène pour les particules et
 (3) couplage des deux systèmes par les termes d'interaction.

3.3. Evaluation des termes de transfert :

3.3.1. Forces de traînée.

$$Fd_x = 6\pi NR_p\mu(u_g - u_s)f_d \quad \text{et} \quad Fd_y = 6\pi NR_p\mu(v_g - v_s)f_d \quad (2)$$

avec $f_d = 0.01833 * Re$

$$\text{et} \quad Re = \frac{2\rho_g R_p}{\mu} \sqrt{(u_p - u_g)^2 + (v_p - v_g)^2}. \quad (3)$$

3.3.2. *Quantité de chaleur.* L'échange de chaleur se calcule par la relation classique qui montre que l'échange de chaleur est diminué du fait de l'évaporation de la goutte :

$$Q = 4\pi R_p^2 h (T_g - T_s) * N \quad (4)$$

$$\text{avec} \quad h = \frac{Nu\lambda_g}{2 * R_p} \quad \text{et} \quad Nu = 2 + 0.6Re^{1/2} Pr^{1/3}.$$

3.3.3. *Transfert de masse.* Lorsque les particules sont à la température de saturation, le bilan énergétique autour d'une goutte permet d'écrire :

$$[\Gamma]L_v = [Q]. \quad (5)$$

Cela signifie que toute la chaleur fournie par le gaz contribue uniquement à l'évaporation de la goutte.

3.3.4. *Transfert d'énergie cinétique.* La relation régissant le transfert d'énergie dû au transfert de masse s'écrit :

$$[\Gamma EC] = [\Gamma] * \{(C_{vs} * T_s) + (u_s^2 + v_s^2)/2\}. \quad (6)$$

3.3.5. *Transfert de quantité de mouvement.* Le transfert de quantité de mouvement dû au transfert de masse s'exprime de la façon suivante :

$$[\Gamma V_x] = [\Gamma] * u_s \quad \text{et} \quad [\Gamma V_y] = [\Gamma] * v_s. \quad (7)$$

3.3.6. *Rayon des gouttes.* Il se calcule à partir de la relation :

$$\frac{4}{3}\pi NR_p^3 = \frac{\rho_s}{\rho_{réel}}. \quad (8)$$

4. TRAITEMENT NUMERIQUE

L'approche retenue fait appel à une formulation volumes finis, adaptée aux maillages non structurés. Cette approche devra permettre de résoudre les problèmes appréhendés dans toute la complexité de leur géométrie.

4.1. Présentation de la méthode

La méthode utilisée est déduite de l'extension du schéma de Van Leer [18] aux maillages non-structurés, selon Forestier [19] et aux écoulements diphasiques selon Saurel *et al.* [9].

Dans un maillage non structuré, définissons une

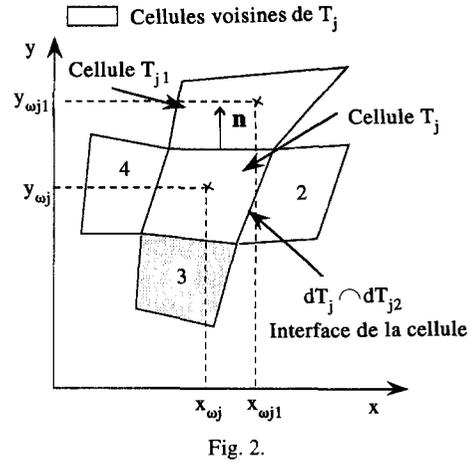


Fig. 2.

cellule T_j où la solution sera une fonction monotone ; ainsi cette solution est définie par une valeur moyenne U_j^n et deux pentes : d_j^n dans la direction x et δ_j^n dans la direction y . Définissons aussi par $I(j)$ l'ensemble des voisins de T_j . Le contour de l'élément T_j sera noté δT_j (Fig. 2).

(a) *La première étape* (prédicteur) consiste à évaluer les grandeurs $U_{\delta T_j \cap \delta T_{j_i}}^{n+1/2}$ à l'interface d'une cellule et au temps $n+1/2$. Prenons, par exemple, $\delta T_j \cap \delta T_{j_1}$.

D'abord :

$$U_{\delta T_j \cap \delta T_{j_1}}^n = U_j^n + \frac{1}{2}d_j^n(x_{w_j} - x_{w_{j_1}}) + \frac{1}{2}\delta_j^n(y_{w_j} - y_{w_{j_1}})$$

$$\text{Puis} \quad U_{\delta T_j \cap \delta T_{j_1}}^{n+1/2} = U_{\delta T_j \cap \delta T_{j_1}}^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial U}{\partial t} \Big|_{\delta T_j \cap \delta T_{j_1}}^n$$

$$\text{Or} \quad \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_1}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial y} = 0$$

Donc :

$$U_{\delta T_j \cap \delta T_{j_1}}^{n+1/2} = U_j^n + \frac{1}{2}d_j^n(x_{w_j} - x_{w_{j_1}}) + \frac{1}{2}\delta_j^n(y_{w_j} - y_{w_{j_1}})$$

$$- \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial F_1}{\partial U} (U_j^n) d_j^n - \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial F_2}{\partial U} (U_j^n) \delta_j^n.$$

(b) *Pour la deuxième étape*, il est nécessaire de connaître les flux des différentes grandeurs passant par l'interface $\delta T_j \cap \delta T_{j_1}$ suivant la normale à ce segment. On est alors ramené à la résolution du Problème de Riemann 1D.

Définissons par \vec{n} la normale sortante de T_j pour le segment $\delta T_j \cap \delta T_{j_1}$, et par $V_{\vec{n}}(u_g) = (\rho_g, \rho_g \vec{u} \cdot \vec{n}, \rho_g E_g)^T$ le vecteur associé au vecteur $U = (\rho_g, \rho_g u_g, \rho_g v_g, \rho_g E_g)^T$ avec $\vec{u} = (u_g, v_g)^T$.

Le vecteur $V_{\vec{n}}(\vec{u})$ qui va permettre le calcul des flux passant par la normale est la solution du problème de Riemann calculé à l'interface des deux cellules.

$$V_{\delta T_j \cap \delta T_{j_1}}^{n+1/2} = W_R[0; V_{\vec{n}\delta T_j \cap \delta T_{j_1}}^-(U_{\delta T_j \cap \delta T_{j_1}}^{n+1/2});$$

$$V_{\vec{n}\delta T_j \cap \delta T_{j_1}}^+(U_{\delta T_j \cap \delta T_{j_1}}^{n+1/2})].$$

(c) Après cette évaluation, on peut alors appliquer la loi de conservation. C'est la troisième étape.

$$\frac{U_j^{n+1} - U_j^n}{\Delta t} + \frac{1}{S_{Tj}} \sum_{k=1}^{I(j)} \left\{ \int_{\delta_{Tj} \cap \delta_{Tjk}} F_1(V_{\delta_{Tj} \cap \delta_{Tjk}}^{n+1/2}) n_1 dC \right. \\ \left. + \int_{\delta_{Tj} \cap \delta_{Tjk}} F_2(V_{\delta_{Tj} \cap \delta_{Tjk}}^{n+1/2}) n_2 dC \right\} = 0$$

(d) La quatrième étape consiste à calculer les pentes sur l'élément. Pour cela, on applique la notion TVD (Total Variation Diminishing). C'est le limiteur superbee qui a été employé.

$$\Rightarrow S_i \frac{U_j^{n+1} - U_{jk}^n}{x_{wj} - x_{wjk}}$$

(pour $k = 1, \dots, 4$) sont de même signe, alors :

$$d_j^{n+1} = \text{sign} \left(\frac{U_j^{n+1} - U_{jk}^n}{x_{wj} - x_{wjk}} \right) * \min \left| \frac{U_j^{n+1} - U_{jk}^n}{x_{wj} - x_{wjk}} \right| \\ \text{sinon : } d_j^{n+1} = 0.$$

On calcule identiquement les pentes δ_j^{n+1} suivant y .

Une fois la solution des deux systèmes homogènes (gaz et particules) trouvée, la solution du système inhomogène est obtenue par intégration sur le temps des termes d'interaction. La méthode d'intégration retenue est celle de Runge-Kutta d'ordre 2. Dans certains cas où les termes sources varient violemment, on utilise l'algorithme d'intégration autoadaptatif DVODE [20].

4.2. Les conditions à la limite

4.2.1. Pour la phase continue (vapeur).

(1) Les conditions d'entrée dans le convergent sont calculées en admettant qu'un écoulement isentropique provient d'un réservoir quasi-infini où la pression et la température sont maintenues constantes.

(2) En sortie, on fixe la pression dans la section à l'aval de la tuyère.

(3) Aux parois de la conduite, on utilisera les conditions de réflexion.

4.2.2. Pour la phase dispersée (gouttes).

(1) Dans la section d'entrée du convergent de la tuyère seule la phase vapeur est présente (l'injection étant faite en aval). Il n'y a donc pas de particule $\rho_s = 0$.

(2) Les conditions d'absorption ont été retenues pour traiter les conditions de sortie de la tuyère.

(3) Aux parois de la conduite, on utilisera les conditions de glissement. Les particules seront entraînées par le fluide qui s'écoule le long de la paroi.

(4) Dans la zone d'injection, toutes les grandeurs nécessaires sont imposées : la débit des particules injectées, leur vitesse d'injection, leur diamètre et leur température.

5. RESULTATS ET DISCUSSION

Les caractéristiques géométriques de la tuyère étudiée sont les suivantes : longueur du convergent : 0.15

m ; longueur du divergent : 0.25 m et rapport d'aire (sortie/col) : 4.4.

Tous les résultats présentés correspondent aux mêmes conditions réservoir (entrée), $P_{\text{res}} = 5 \times 10^5$ Pa et $T_{\text{res}} = 1000$ K et à la même condition de sortie $P_{\text{sort}} = 1 \times 10^5$ Pa. Les gouttes sont injectées soit entre le col et la position de l'onde de choc initiale (injection A), soit entre l'onde de choc initiale et la section de sortie (injection B) (Fig. 1).

5.1. Remarques préliminaires

(1) Tous les graphes présentés en vue en coupe sont relatifs à une côte choisie : la mi-hauteur de la tuyère.

(2) Le pas de temps choisi pour le calcul numérique est de 0.5×10^{-6} seconde(s).

5.2. Injection entre le col et l'onde de choc (injection A)

Dans ce cas la section d'injection à la paroi s'étend entre les abscisses 0.20 m et 0.22 m (l'origine des abscisses étant choisie à l'entrée de la tuyère), le choc étant initialement à l'abscisse 0.25 m. Dans la section d'injection, la vitesse du gaz est de 1250 m s⁻¹. Le débit d'eau est maintenu constant et égal au débit de gaz à l'entrée de la tuyère qui est de 4.38 kg s⁻¹.

5.2.1. Effets dus aux forces de traînée. Dans la première série de résultats présentés, seule l'action des forces de traînée a été prise en compte, c'est à dire que les termes sources dans le second membre des équations (1) relatifs aux transferts de chaleur et de masse ont été annulés. A l'examen des résultats, une remarque générale s'impose : quels que soient la vitesse d'injection et le rayon des gouttes à l'injection choisis, l'onde de choc est nettement affectée dans sa partie traversée par l'écoulement diphasique. La modélisation choisie (modèle à deux fluides) ne permet évidemment pas une analyse de la structure interne de l'onde de choc, qui est ici représentée par une discontinuité mathématique (donc d'épaisseur nulle) ; ce que l'on peut observer, néanmoins, c'est l'étalement spatial de la zone de compression englobant le choc initial, et qui est due aux modifications apportées à l'écoulement de gaz par les gouttes, de part et d'autre du choc. En fait c'est la présence de "termes sources" dans le second membre des équations de la phase gazeuse, représentatifs des interactions entre phases, qui explique le caractère dissipatif de l'écoulement, et justifie la possibilité d'épaississement de la zone de compression et la désagrégation partielle de l'onde de choc, bien que l'écoulement soit de type Eulérien.

On note que, hormis les planches décrivant le caractère instationnaire du processus, toutes les courbes sont tracées à un temps donné de 10^{-2} s qui correspond à une durée suffisante pour que le régime stationnaire soit établi.

(a) Influence du rayon des gouttes à l'injection

Pour une même vitesse d'injection ($U_{\text{inj}} = 150$ m s⁻¹), trois valeurs du rayon des gouttes à l'injection ont été retenues : 10, 25 et $50 \mu\text{m}$.

Sur la planche PL1, on peut noter, d'après le tracé des isobares à différents instants, en l'absence de transferts de chaleur et de masse ($\Gamma = 0$ et $Q = 0$), que dès les premiers instants, la partie de l'onde de choc traversée par l'écoulement diphasique est déstabilisée et que ce phénomène s'accroît au cours du temps. Il est par ailleurs d'autant plus marqué que le rayon des gouttes à l'injection est petit. En effet, lorsque le rayon des gouttes injectées est petit, la surface de frottement sera plus grande, à débit de gouttes constant, et par conséquent les effets des forces de traînée seront plus importants.

De plus, du fait de leur plus grande résistance aux forces de traînée, les particules de rayon plus grand sont moins entraînées par le gaz. Par suite la portion de l'onde de choc traversée par l'écoulement diphasique est d'autant plus importante que le rayon des gouttes est grand. Ceci se confirme en observant la planche PL2 où sont représentées les isodensités de gouttes.

La partie de l'onde de choc non directement concernée par l'écoulement diphasique (partie supérieure non traversée par les gouttes) ne disparaît pas et tend simplement à remonter vers le col. On sait en effet que les ondes de compression résultant de l'injection des gouttes à une vitesse inférieure à celle de l'écoulement, ont pour effet d'élever la pression en amont du choc, donc de diminuer son intensité et ainsi de provoquer son déplacement vers le col de la tuyère [7].

Afin de permettre à la fois une approche plus quantitative et une meilleure lisibilité des phénomènes analysés, on a porté sur la Fig. 3 la variation de la pression du gaz en fonction de l'abscisse, pour une ordonnée située à mi-hauteur de la tuyère et ce pour le dernier instant calculé, correspondant à la solution stationnaire $t = 10^{-2}$ s.

On vérifie ainsi que le choc initial est d'autant plus déplacé vers le col que le rayon des gouttes est petit.

(b) Influence de la vitesse d'injection des gouttes

On se place dans le cas où les gouttes à l'injection ont un rayon $R_{inj} = 25 \mu\text{m}$ et on envisage trois vitesses d'injection $U_{inj} = 25, 150$ et 500 m s^{-1} .

Les effets correspondants sur le profil de pression sont illustrés sur la Fig. 4.

On note que le déplacement de l'onde de choc vers le col est d'autant plus marqué que la vitesse d'injection des particules est faible devant la vitesse du gaz.

5.2.2. *Effets dus aux transferts de chaleur et de masse.* Dans un second temps, les termes de transfert de chaleur et de masse ont été pris en compte.

Sur la planche PL1, il est aisé de comparer les isobares correspondant à ces cas ($\Gamma \neq 0$ et $Q \neq 0$) avec celles relatives au cas précédent. Qualitativement de grandes similitudes apparaissent et au plan quantitatif, un examen minutieux est nécessaire pour remarquer que l'onde de choc se déplace un peu plus vers le col de la tuyère sous l'effet des transferts de chaleur et de masse qu'en l'absence des ces transferts.

Ceci peut se voir sur la planche PL1 mais apparaît plus nettement sur la Fig. 5 (qui est à rapprocher de la Fig. 3); en particulier si l'on fixe son attention sur les gouttes de rayon $R_{inj} = 10 \mu\text{m}$ pour lesquelles l'effet des transferts est le plus sensible.

L'examen des Fig. 6 et 7 permet d'évaluer l'importance du rayon des gouttes à l'injection sur le rôle des transferts de chaleur et de masse et de conclure qu'ils n'ont guère d'effet au delà d'un rayon de $25 \mu\text{m}$ dans les cas envisagés.

L'influence de la vitesse d'injection des gouttes avec transferts de masse et de chaleur est représentée sur la Fig. 8. Lorsque la vitesse d'injection est petite (25 m s^{-1}), l'onde de choc change de nature et laisse place à une zone de compression, ceci n'étant pas le cas lorsque seules les forces de traînée sont considérées. Par contre, lorsque les vitesses d'injection sont plus élevées (150 et 500 m s^{-1}), la nature de la compression reste inchangée en onde de choc.

5.3. Injection entre l'onde de choc et la section de sortie (injection B)

La section d'injection est comprise entre les abscisses 0.28 et 0.30 m . L'onde de choc initiale se trouve à l'abscisse 0.25 m . Les conditions génératrices pour la phase vapeur sont identiques à celles retenues dans le paragraphe 5.2. On notera que la vitesse de l'écoulement gazeux au voisinage de la section d'injection B est de l'ordre de 300 m s^{-1} .

Par ailleurs, afin de rendre mieux perceptible l'influence des divers paramètres liés à la phase dispersée le débit a été porté à 8.76 kg s^{-1} (soit le double que précédemment). Ce débit est le même pour tous les cas analysés dans ce paragraphe, mais on envisage deux vitesses d'injection très différentes, l'une supérieure à la vitesse locale du gaz soit $U_{inj} = 700 \text{ m s}^{-1}$, l'autre inférieure: $U_{inj} = 50 \text{ m s}^{-1}$, ceci afin d'engendrer des forces de traînée de signes opposés.

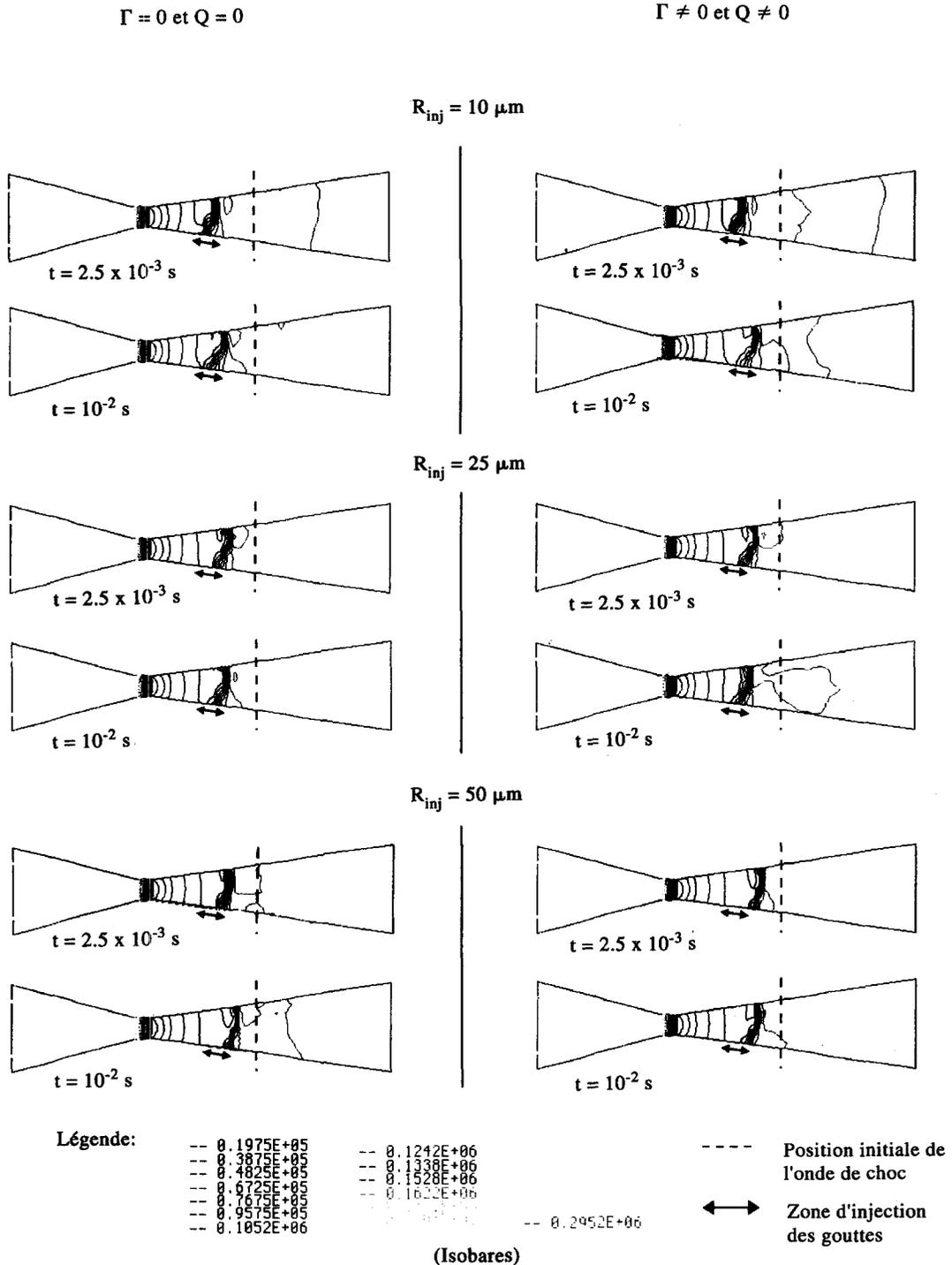
5.3.1. *Effets dus aux forces de traînée.* Dans la première série de résultats présentés, l'action des forces de traînée est la seule qui soit prise en compte et deux cas sont à distinguer, suivant que la vitesse d'injection est supérieure ou inférieure à la vitesse locale du gaz.

(a) Cas d'une vitesse d'injection supérieure à la vitesse du gaz

C'est le cas où la valeur retenue pour la vitesse d'injection est: $U_{inj} = 700 \text{ m s}^{-1}$.

On sait [7] que lorsque la vitesse des gouttes est supérieure à la vitesse locale du gaz, des ondes de détente sont engendrées, qui ont pour effet d'éloigner le choc du col. Ceci est illustré sur la Fig. 9, où l'on note effectivement un déplacement de la position de l'onde de choc vers la section de sortie. Ce déplacement est d'autant plus perceptible pour les gouttes de faible rayon ($10 \mu\text{m}$).

L'action des forces de traînée étant ici seule en cause, il est logique que l'effet soit d'autant plus net que le rayon est faible. A débit de gouttes constant, un plus faible rayon correspond à une surface de frot-



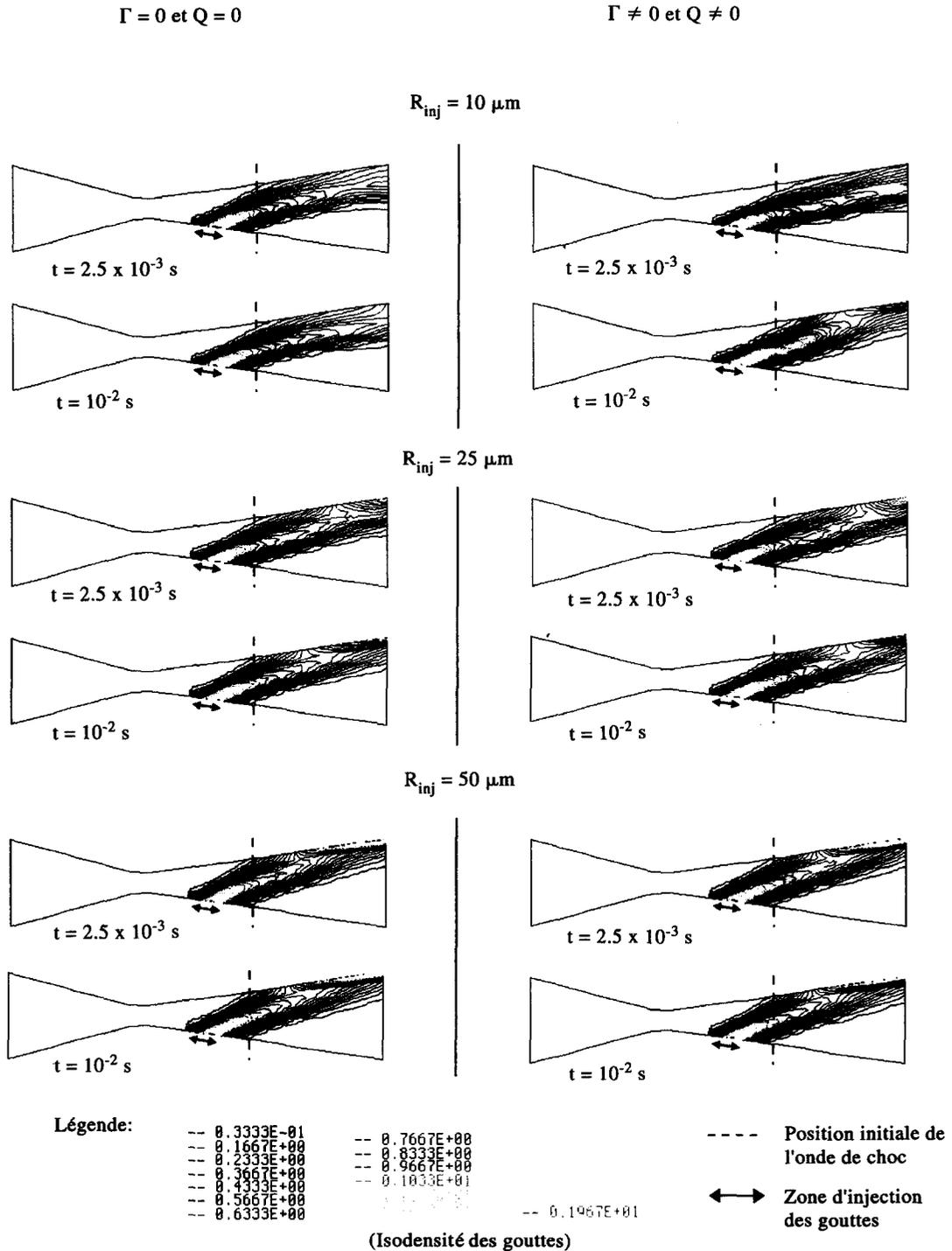


Planche 2. Influence du rayon des gouttes à l'injection avec ou sans transfert de chaleur et de masse lorsque l'injection est entre le col et l'onde de choc initiale avec $U_{inj} = 150 \text{ m s}^{-1}$.

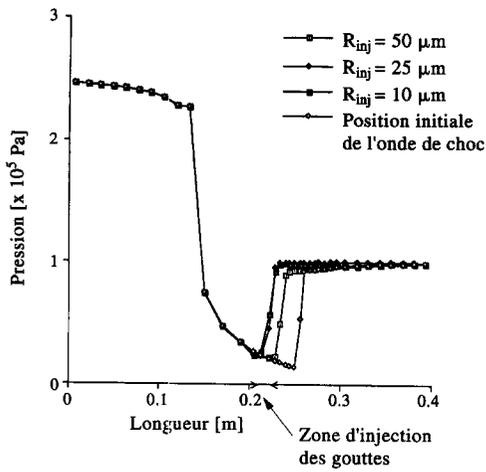


Fig. 3.

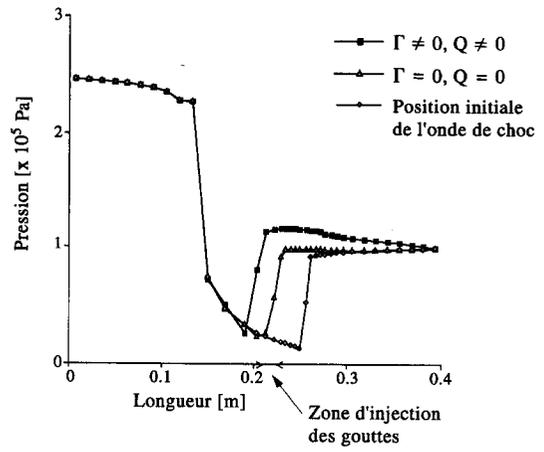


Fig. 6.

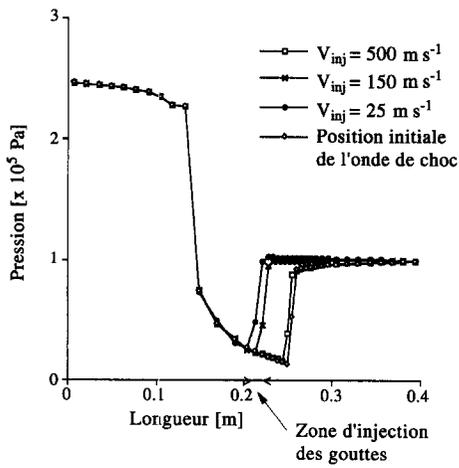


Fig. 4.

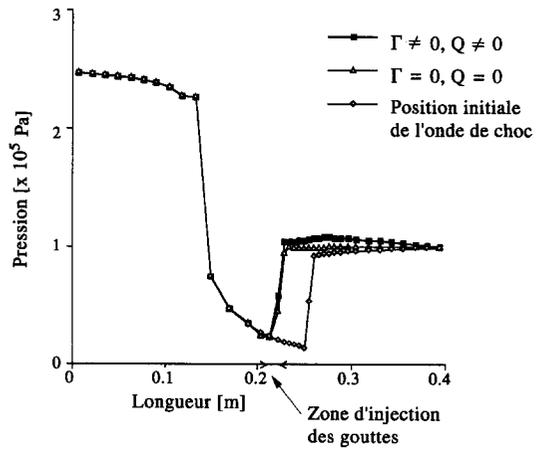


Fig. 7.

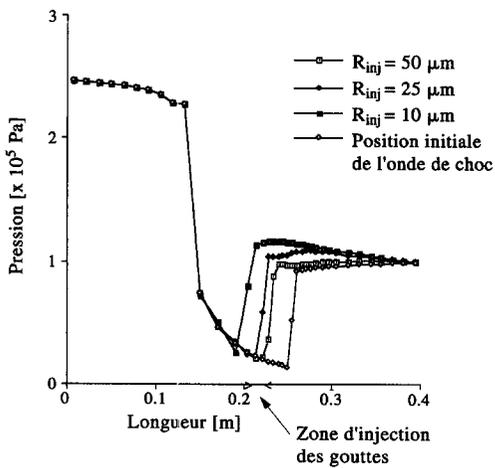


Fig. 5.

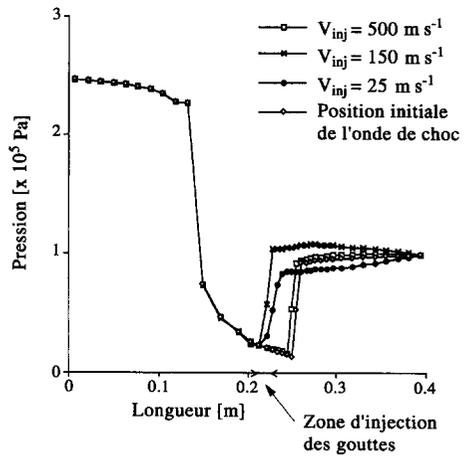


Fig. 8.

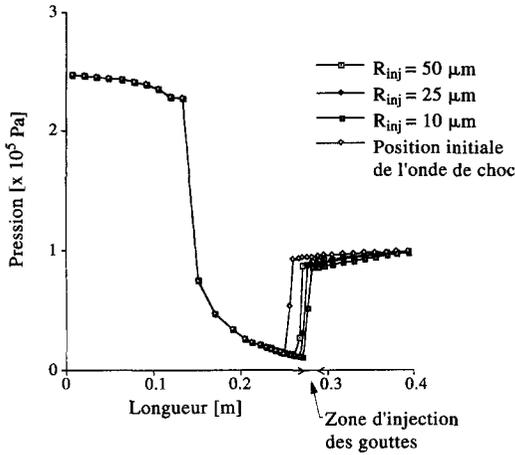


Fig. 9.

tement entre phases plus grande et ainsi à une traînée plus forte.

Ces effets des forces de traînée sur les positions de l'onde de choc, sont illustrés par le tracé des isobares sur la planche PL3 (colonnes de gauche, $\Gamma = 0$ et $Q = 0$), relatives à l'ensemble de la tuyère, et pour trois rayons de gouttes à l'injection (10, 25 et 50 μm). Les isodensités de gouttes correspondantes sont représentées sur la planche PL4.

(b) *Cas d'une vitesse d'injection inférieure à la vitesse du gaz*

La vitesse d'injection retenue est ici : $U_{inj} = 50 \text{ m s}^{-1}$.

On sait [7] que lorsque la vitesse des gouttes est inférieure à la vitesse locale du gaz, des ondes de compression sont engendrées. Ces ondes ont pour effet d'atténuer le choc initial et donc de le rapprocher du col.

Ceci est visible sur la Fig. 10 et sur la planche PL5 ; la même remarque que ci-dessus s'impose, quant au lien croissant entre les effets observés et la diminution du rayon des gouttes injectées.

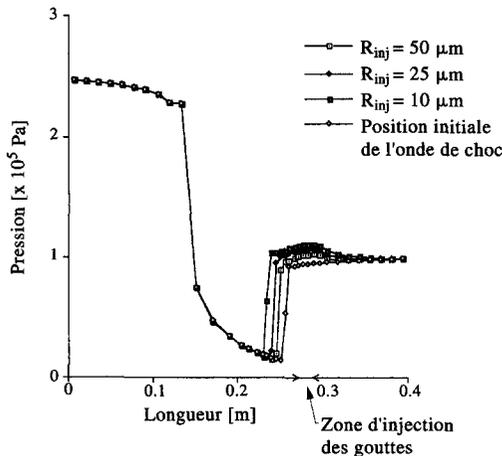


Fig. 10.

Sur la planche PL6 sont tracées les évolutions correspondantes des surfaces isodensité de gouttes. Cela permet de mettre en évidence la corrélation qui existe entre le développement de la zone diphasique et le déplacement de l'onde de choc, ainsi qu'avec sa distorsion locale. Ceci est évidemment d'autant plus visible que les forces de traînée sont importantes (cas des rayons de l'ordre de 10 μm).

5.3.2. *Effets dus aux transferts de chaleur et de masse.* Les termes représentant les transferts de chaleur et de masse ont ensuite été pris en compte, en sus des termes de traînée. Les résultats sont donnés dans les deux cas de vitesse d'injection retenue : $U_{inj} = 700 \text{ m s}^{-1}$ et $U_{inj} = 50 \text{ m s}^{-1}$.

(a) *Cas d'une vitesse d'injection supérieure à la vitesse du gaz*

$$(U_{inj} = 700 \text{ m s}^{-1})$$

Ce cas est illustré par la Fig. 11, sur laquelle on a porté, toujours à la côte située à mi-hauteur de la tuyère et à l'instant $t = 10^{-2}$, la variation de la pression en fonction de l'abscisse, et ce, pour trois valeurs de rayons de gouttes à l'injection déjà signalées.

On constate que les effets dus aux transferts, qui provoquent la vaporisation d'une partie de la phase dispersée, agissent dans le même sens que ceux des forces de traînée. Ils amplifient donc dans ce cas le déplacement de l'onde de choc vers la section de sortie. Ces effets dus aux transferts sont évidemment d'autant plus marqués que le rayon des gouttes est faible, puisque, toujours en raisonnant à débit constant de gouttes la surface d'échange est alors d'autant plus grande.

De plus, la confrontation des résultats portés sur la planche PL3 relatifs au cas avec et sans transfert, montre assez bien la moins grande sensibilité du phénomène de déplacement de l'onde de choc du fait des transferts dès que le rayon des gouttes à l'injection atteint 50 μm , dans le cas d'une vitesse d'injection supérieure à la vitesse locale du gaz.

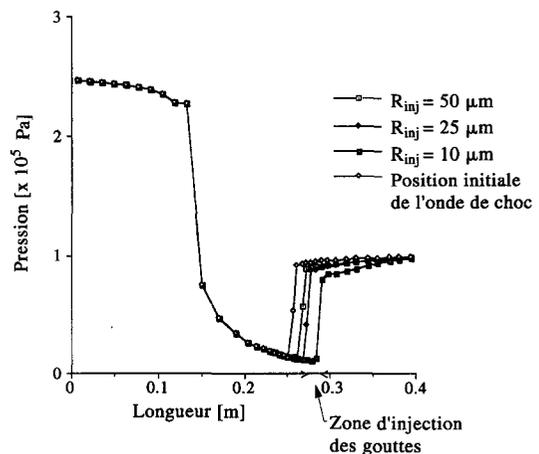


Fig. 11.

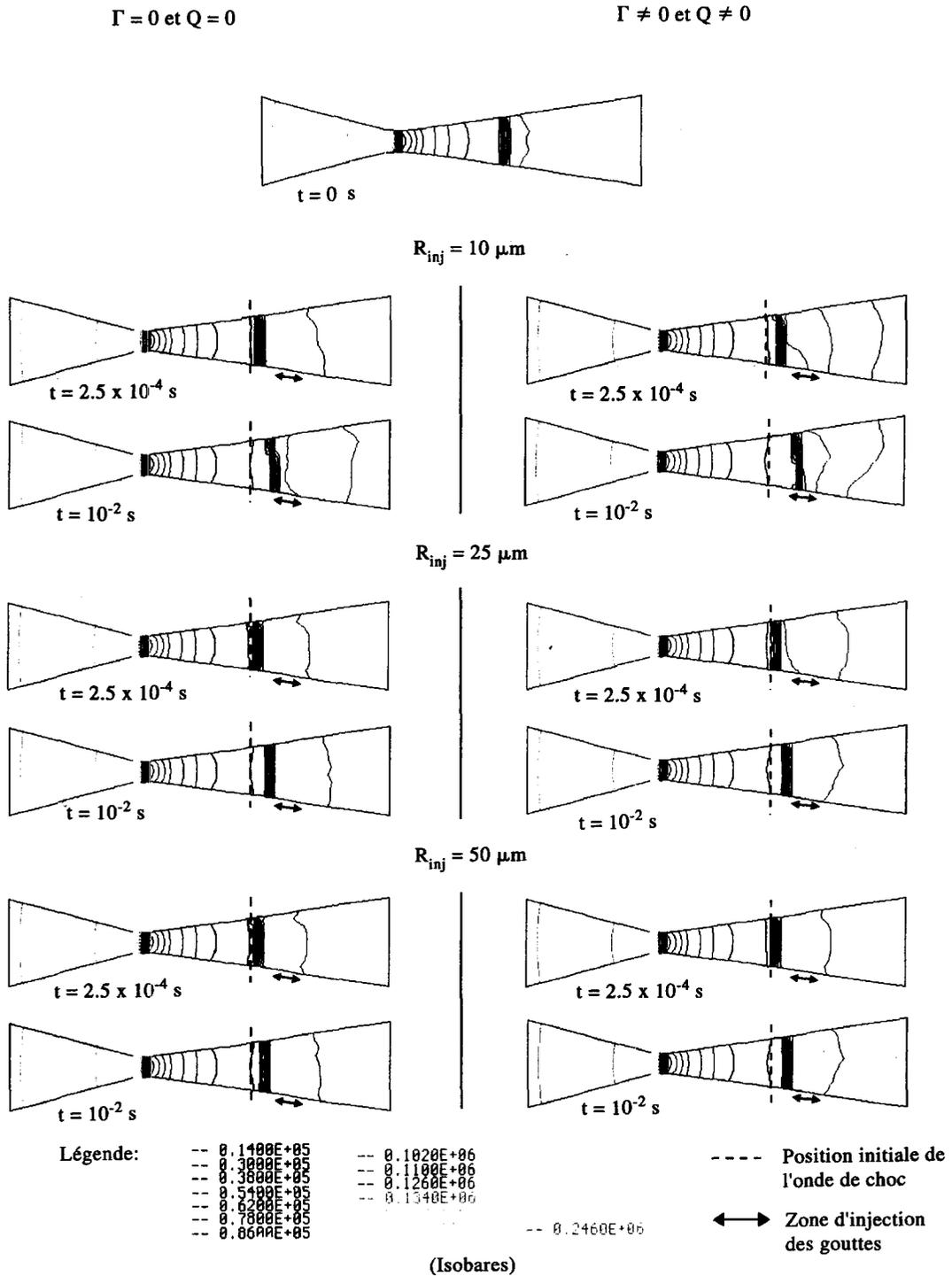


Planche 3. Influence du rayon des gouttes à l'injection avec ou sans transfert de chaleur et de masse lorsque l'injection est entre le col et l'onde de choc initiale avec $U_{inj} = 700 \text{ m s}^{-1}$.

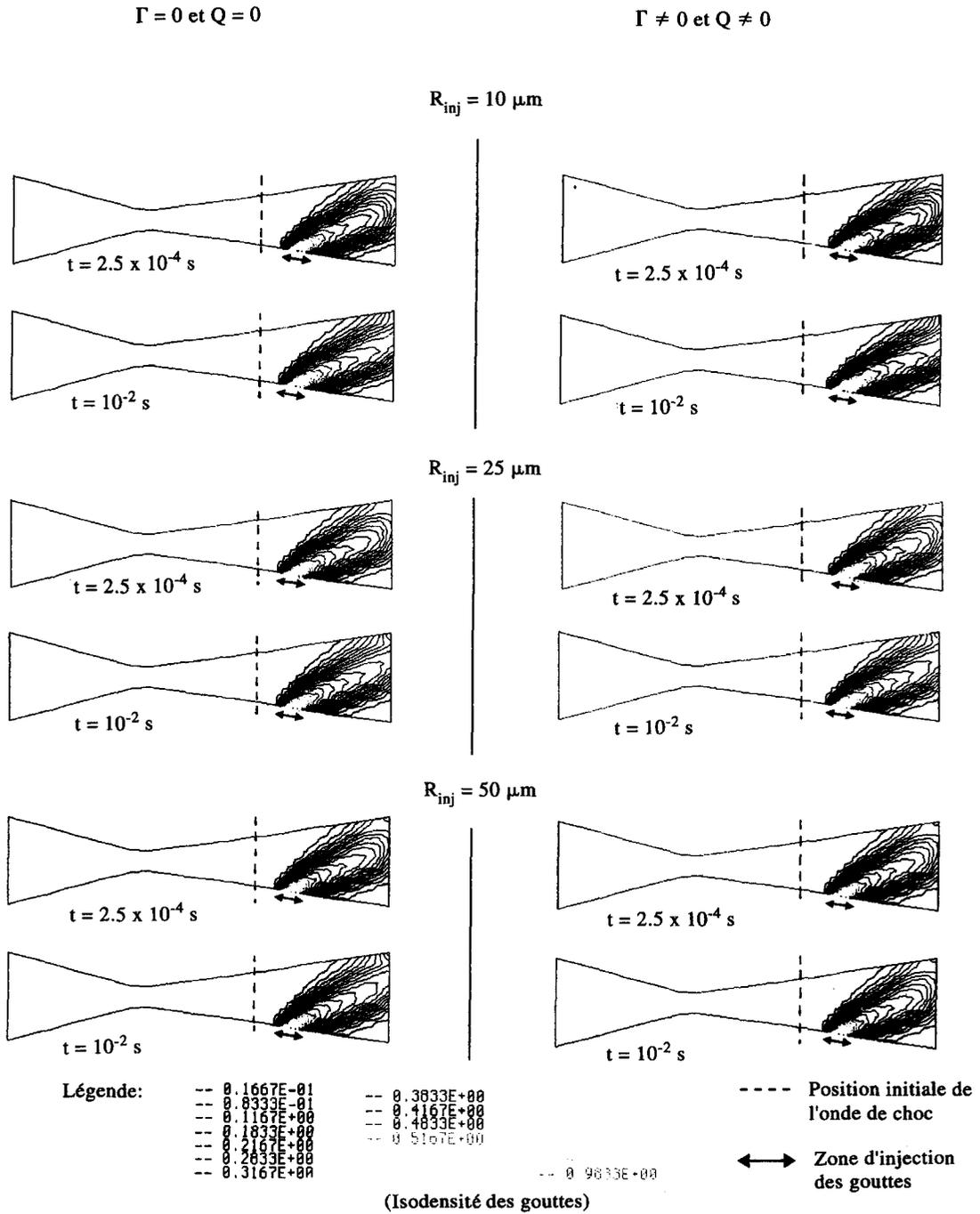


Planche 4. Influence du rayon des gouttes à l'injection avec ou sans transfert de chaleur et de masse lorsque l'injection est entre le col et l'onde de choc initiale avec $U_{inj} = 700 \text{ m s}^{-1}$.

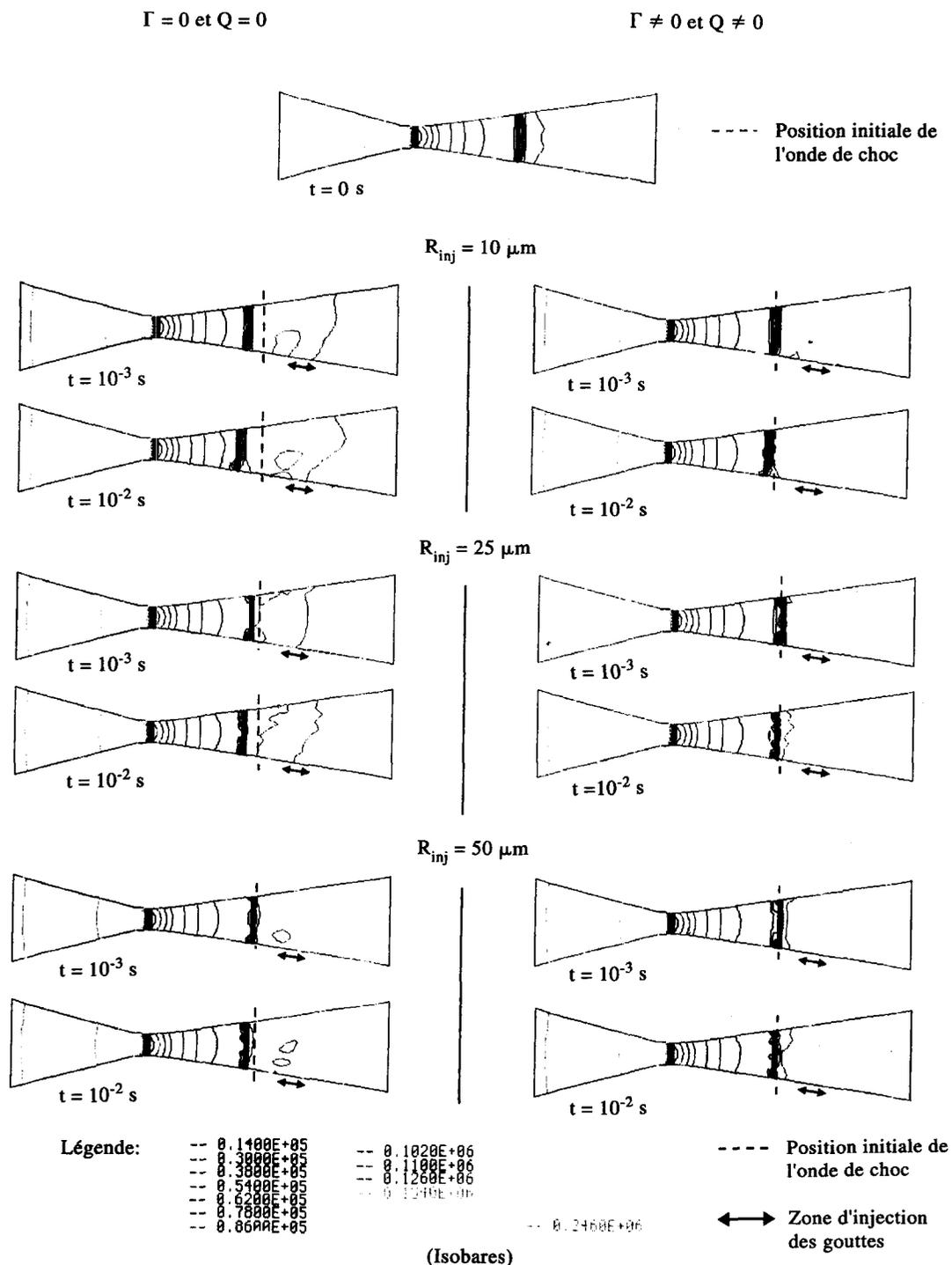


Planche 5. Influence du rayon des gouttes à l'injection avec ou sans transfert de chaleur et de masse lorsque l'injection est entre le col et l'onde de choc initiale avec $U_{inj} = 50 \text{ m s}^{-1}$.

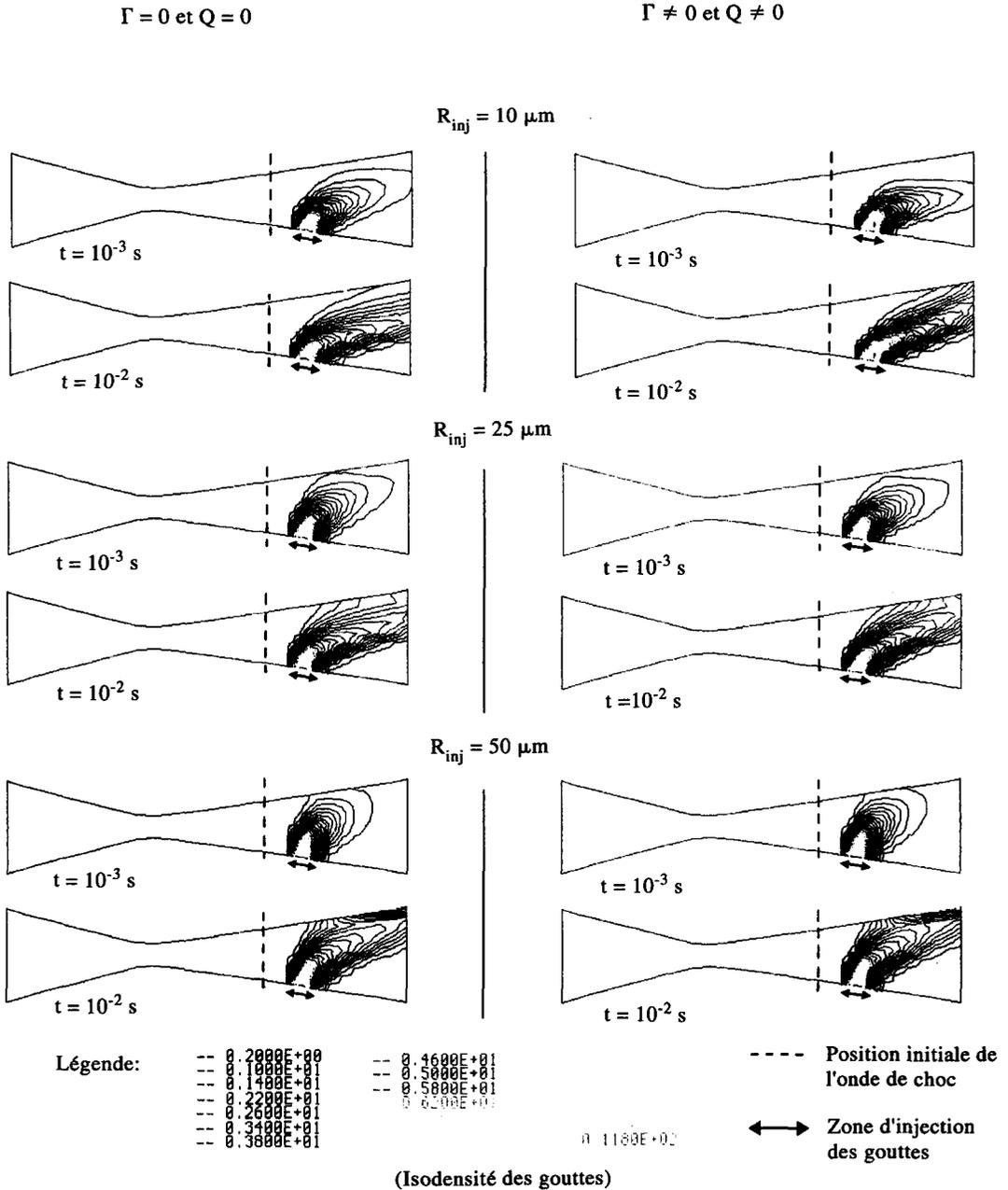


Planche 6. Influence du rayon des gouttes à l'injection avec ou sans transfert de chaleur et de masse lorsque l'injection est entre le col et l'onde de choc initiale avec $U_{inj} = 50 \text{ m s}^{-1}$.

(b) Cas d'une vitesse d'injection inférieure à la vitesse du gaz

$(U_{inj} = 50 \text{ m s}^{-1})$

Ce cas est illustré sur la Fig. 12. On peut constater que les transferts de chaleur et de masse agissent ici en sens contraire de ceux des forces de traînée, c'est à

dire qu'ils tendent à déplacer l'onde de choc initiale vers la section de sortie de la tuyère. Cette compétition entre les effets dus aux transferts de chaleur et de masse et ceux dus aux forces de traînée ont déjà été signalés [7].

Une analyse similaire des résultats de la planche PL5 conduit à une conclusion semblable dans le cas

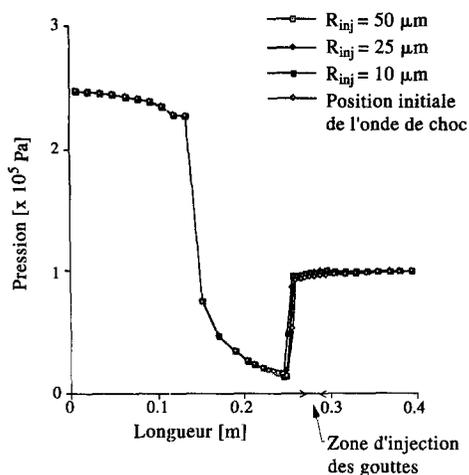


Fig. 12.

d'une vitesse d'injection inférieure à la vitesse locale du gaz. En effet, on constate que les effets liés à la vaporisation des gouttes jouent un rôle antagoniste à celui des forces de traînée, et ce d'autant plus que le rayon des gouttes à l'injection est petit (10 μm).

6. CONCLUSION

La modélisation numérique d'un écoulement de vapeur en tuyère, dans lequel on injecte des gouttes d'eau a été réalisée. Le comportement de l'écoulement est analysé lorsque la section d'injection des gouttes est située en amont ou en aval de la position initiale d'une onde de choc stationnaire présente dans le divergent.

Il est bien évident qu'en vertu des propriétés des mouvements relatifs, les résultats obtenus peuvent être étendus au cas d'un choc mobile rencontrant une suspension.

Les résultats marquants de la présente étude nous paraissent résider dans la mise en évidence des phénomènes suivants :

(1) Lorsque l'injection se situe entre le col et l'onde de choc initiale, l'écoulement diphasique déstabilise cette onde de choc et ce d'autant plus que le rayon des particules injectées est petit.

Par ailleurs, plus le rayon d'injection des gouttes est faible, plus le choc initial est déplacé vers le col. Ce phénomène est accentué lorsque l'on considère les effets de transferts de chaleur et de masse en sus des forces de traînées.

Quand la vitesse des particules est très faible devant la vitesse du gaz et que les transferts de masse et de chaleur sont pris en compte, l'onde de choc laisse place à une zone de compression.

(2) Lorsque l'injection se situe entre l'onde de choc initial et la section de sortie, deux cas se présentent : (a) Si la vitesse d'injection est inférieure à la vitesse du gaz, le choc se déplace vers le col et (b) si la vitesse d'injection est supérieure à la vitesse du gaz, le choc se déplace vers la section de sortie.

Par contre, quelle que soit la vitesse d'injection des particules, les effets des transferts de chaleur et de masse provoquent le déplacement du choc vers la section de sortie, c'est à dire qu'ils peuvent agir dans le même sens que les forces de traînée ou en sens contraire.

Ces résultats doivent toutefois être relativisés du fait de la non prise en compte des interactions entre gouttes, ainsi que des phénomènes de coalescence ou d'éclatement des gouttes. Des travaux ultérieurs s'emploieront à lever ces hypothèses restrictives.

REFERENCES

1. G. Tedeschi, M. Elena et H. Gouin, Mouvement d'une particule à travers une onde de choc oblique, *Actes du IIème Congrès Français de Mécanique*, pp. 93-96, Lille (1993).
2. O. Igra, G. Ben-Dor, F. Aizik and B. Gelfand, Experimental and numerical investigation of shock wave attenuation in dust-gas suspensions, *Proceedings of the Nineteenth International Symposium on Shock Waves*, Vol. 1, pp. 157, Marseille (1993).
3. M. Olim, H. Nagoya, K. Takayama and F. Hiatt, Entrainment of a dust particle by the flow behind a reflected shock wave, *Proceedings of the Nineteenth International Symposium on Shock Waves*, Vol. 1, pp. 159, Marseille (1993).
4. Q. Yu, A. Van de Ven, J. H. Geng, F. Zhang and H. Grönig, Numerical simulation of interaction of a shock wave with a two phase interface, *Proceedings of the Nineteenth International Symposium on Shock Waves*, Vol. 1, pp. 165, Marseille (1993).
5. J. Kurian and M. Sommerfeld, Droplet behaviour in underexpanded supersonic free jets, *Proceedings of the Nineteenth International Symposium on Shock Waves*, Vol. 1, pp. 171, Marseille (1993).
6. H. Hirahara and M. Kawahashi, Optical observation on mach reflection of the partly dispersed shock wave by sub-micron water droplets in air, *Proceedings of the Nineteenth International Symposium on Shock Waves*, Vol. 2, pp. 141, Marseille (1993).
7. E. Daniel, J. C. Loraud et M. Larini, Influence de l'injection de gouttes d'eau dans de la vapeur d'eau en écoulement dans une tuyère, *Int. J. Heat Mass Transfer* **36**, 1619-1636 (1993).
8. R. Saurel, A. Forestier, D. Veyret et J. C. Loraud, A finite volume scheme for two-phase compressible flows, à paraître dans *Int. J. Numer. Meth. Fluids* **24** (1994).
9. R. Saurel, E. Daniel et J. C. Loraud, Two phase flows: second order schemes and boundary conditions, *AIAA J.* **32**, 1214-1221 (1994).
10. E. Daniel, R. Saurel, M. Larini et J. C. Loraud, A multiphase formulation for two phase flows, *Int. J. Numer. Meth. Heat Fluid Flows* **4**, 269-280 (1994).
11. G. Rudinger, Some effect of finite partial volume on the dynamics of gas-particle mixtures, *AIAA J.* **5**, 1917-1922 (1965).
12. J. M. Delhaye, Local instantaneous equations, Two-phase Flows and Heat Transfer Report, NATO Advanced Study Institute, Istanbul (1976).
13. R. Saurel, M. Larini et J. C. Loraud, Ignition and growth of a detonation by a high energy plasma, *Int. J. Shock Waves* **2**, 19-29 (1992).
14. R. Ishii, Y. Umeda and M. Yuhi, Numerical analysis of gas-particle two-phase flows, *J. Fluid Mech.* **203**, 475-515 (1989).
15. M. Olim, O. Igra, M. Mond and G. Ben-Dor, A general attenuation law of planar shock waves propagating into dusty gases, *Symp. Shock Tube*, pp. 684-689 (1987).

16. H. Miura and I. I. Glass, On a dusty-gas shock tube, *Proc. R. Soc. Lond. A* **382**, 373–388 (1982).
17. R. Saurel, J. C. Loraud and M. Larini, Optimization of a pyrotechnic igniter by the release of pyrotechnic particles, *Int. J. Shock Waves* **1**, 121–133 (1991).
18. B. Van Leer, Toward the ultimate conservative scheme—V. A second order sequel to Godunov's method, *J. Comp. Phys.* **32**, 101–136 (1979).
19. A. Forestier, Second order scheme for Euler equations in bidimensional unstructured geometries, *J. Comp. Phys* (1992).
20. G. D. Byrne and A. M. Dean, The solution of a copolymerization problem with VODE. In *Recent Developments in Numerical Methods for ODEs/DAEs/PDEs* (Edited by Byrne and Schiesser), pp. 137–197. World Scientific, River Edge, NJ (1992).

EFFECTS OF THE INJECTION OF DROPLETS ON A STATIONARY SHOCK WAVE IN A NOZZLE

A numerical simulation of a flow of gases through a converging–diverging nozzle, where droplets are injected in a given section of a divergent, is presented. The two dimensional equations are solved by a T.V.D scheme where fluxes are computed by using Riemann solver for the dispersed and the gas phase equations. The behavior of the initial shock wave is a function of the particles injection location.